සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/ இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்/ Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1999 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1999 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1999

ගණිතය I கணிதம் I Mathematics I	07 S I

පැ තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න අටකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. මනෝපාල පරීක්ෂණයක් සඳහා පාඩම් කරන අතරතුර මෙසේ කල්පනා කරන්නට විය.

(i) "මා පරීක්ෂණය සමත් වුවහොත් මට හොඳ රැකියාවක් ලබා ගත හැක."

(ii) "මට හොඳ රැකියාවක් ලැබී විවාහයක් කරගත හොත් මා ඕස්ට්‍රේලියාවට විගමනය කරන්නේ නැත."

දැනට,

(iii) මනෝපාල විවාහ වී ඕස්ට්‍රේලියාවේ පදිංචි වී සිටී.

"මනෝපාල පරීක්ෂණය අසමත් වේ", "මනෝපාලට හොඳ රැකියාවක් ලැබේ", "මනෝපාල විවාහ වේ", "මනෝපාල ඕස්ට්‍රේලියාවට විගමනය කරයි" යන වගන්ති පිළිවෙළින් p, q, r, s මගින් දක්වා ඉහත සඳහන් (i), (ii), (iii) සංකේතාකාරයෙන් p, q, r සහ s ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

සත්‍යතා වගුවක් භාවිතයෙන් හෝ, අන් ක්‍රමයකින් හෝ, මනෝපාල පරීක්ෂණය අසමත් විය යන නිගමනය වලංගු දැයි නිර්ණය කරන්න.

2. විෂයයන් තුනකින් සමන්විත පරීක්ෂණයක් සඳහා සිසුන් 100 ක් පෙනී සිටියහ. අඩු වශයෙන්, එක් විෂයයක් හෝ සමත් සිසුන් අතුරින්, හරි අඩක් එක් විෂයයක් පමණක් සමත් වූ අතර හරියට ම තුනෙන් එකක් විෂයයන් දෙකක් පමණක් සමත් වූහ. සියලු ම විෂයයන්ගේ උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂා කර බැලූ විට සමත් ලකුණු ලැබූ උත්තර පත්‍ර 150 ක් විය.

(i) එක් විෂයයක් පමණක් සමත්,

(ii) විෂයයන් දෙකක් පමණක් සමත්,

(iii) විෂයයන් සියල්ල ම සමත්,

(iv) සියලු ම විෂයයන් අසමත්,

සිසුන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

3. (අ) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 2 \\ 3 & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d & 2 \\ -1 & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b & 4 \\ 4 & f \\ e & 4 \end{pmatrix}$ වන පරිදි a, b, c, d, e සහ f සොයන්න.

(ආ) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ නම්, ගුණනය යටතේ A සමග න්‍යාදේශ්‍ය වන ඕනෑම තාත්ත්වික B න්‍යාසයක් $\lambda A+\mu I$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න ; මෙහි λ සහ μ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ද, I යනු 2 වන ගණයේ තත්සාම්‍ය න්‍යාසය ද වේ.

$B=A^2$ වන විට λ සහ μ හි අගයයන් සොයන්න.

ඒ නයින් A^{-1} සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න

4. (අ) $\mathbf{R}$ යනු $ab(3d-2c) = cd(3b-2a)$ නම් $(a, b)\,\mathbf{R}\,(c, d)$ මගින් $\mathbf{Z}^+ \times \mathbf{Z}^+$ මත අර්ථ දක්වූන සම්බන්ධයකි.

$\mathbf{Z}^+ \times \mathbf{Z}^+$ මත, $\mathbf{R}$ තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වා, $(3, 2)$ හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයන්න.

(ආ) $A = \left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{1}{2}\right\}$, $B = \left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{1}{4}\right\}$ ලෙස ද, $f: A \to B$ යනු $f(x) = x^2 + x$ මගින් දෙනු ලබන ශ්‍රිතය ලෙස ද ගනිමු.

f එකට-එක සහ මතට බව පෙන්වන්න.

5. a සහ b තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වූ $(x-a)^2 + (x-b)^2 = 2$ සමීකරණයේ මූල α සහ β ලෙස ගනිමු.

(i) $|a-b| \leq 2$ ම නම් පමණක් α සහ β තාත්ත්වික බව,

(ii) $(a\alpha + b\beta) + (b\alpha + a\beta) = (a+b)^2$ බව,

(iii) $2(a\alpha + b\beta)(b\alpha + a\beta) = (a^2 + b^2)^2 + 4a^2b^2 - 2(a-b)^2$ බව,

පෙන්වන්න.

$a = 1$ සහ $b = 2$ ලෙස ගෙන $a\alpha + b\beta$ සහ $b\alpha + a\beta$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, p සහ q හි අගයයන් සඳහන් කරමින් $(x-p)^2 + (x-q)^2 = 2$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

6. (අ) x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(i) $x^2 + x\sin 2x + 3\cos 2x$,

(ii) $\ln(x^2 + 2x + 3)$,

(iii) $\dfrac{e^{x^2}}{x^2 + 1}$.

(ආ) වතුර ටැංකියක්, අරය මීටර 5 ක් සහ උස මීටර 4 ක් වූ සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ආකාරය ගනී. අක්ෂය සිරස් ව ද ශීර්ෂය යටි අතට ද පිහිටන පරිදි ටැංකිය සවිකර ඇත. කාලය $t = 0$ දී, පැයට ඝන මීටර 25 ක සතත සීඝ්‍රතාවයකින් හිස් ටැංකියට ජලය පිරෙන්නට පටන් ගනී. කාලය පැය t (<4) වන විට ශීර්ෂයේ සිට ජල මට්ටමට ඇති උස මීටර h ලෙස ද, මෙවිට ටැංකියේ ජල පරිමාව ඝන මීටර V ලෙස ද ගනිමු.

(i) h ඇසුරෙන් V ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) $h = 2$ දී $\dfrac{dh}{dt}$ සහ $\dfrac{d^2h}{dt^2}$ සොයන්න.

7. පළල මීටර 1·08 ක් වූ කොරිඩෝරයකට, එහි කෙළවර දී පළල මීටර 2·56 ක් වූ වෙනත් කොරිඩෝරයක් සෘජු කෝණී ව මුන ගැසේ. විෂ්කම්භය නොසැලකිය හැකි දෘඪ පයිප්පයක් සිරස් ව, පළමුවන කොරිඩෝරය ඔස්සේ ගෙන ගොස් දෙවන කොරිඩෝරය ඔස්සේ ගෙන යාමට අවශ්‍ය ව ඇත. කොරිඩෝර දෙක සන්ධි වන ස්ථානයේ ඇති L - ආකාරයේ වංගුව පසුකර ගෙන යා හැකි දිගම පයිප්පයේ දිග සොයන්න.

8. (අ) O මූල ලක්ෂ්‍යයට අනුබද්ධයෙන්, A, B සහ C ඒක රේඛීය ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $2\mathbf{i}-\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ සහ $p\mathbf{i}-q\,\mathbf{j}+(2p-1)\mathbf{k}$ වේ; මෙහි p සහ q තාත්ත්වික නියත වේ.

(i) p ඇසුරෙන්, q සහ $AB : BC$ අනුපාතය ද,

(ii) ABO කෝණය ද,

(iii) AB සරල රේඛාවේ සමීකරණය ද,

සොයන්න.

(ආ) $\overrightarrow{OA}=\mathbf{a}$ සහ $\overrightarrow{OB}=\mathbf{b}$ වන පරිදි OAB ත්‍රිකෝණය ගනිමු. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C ලෙස ගනිමු.

(i) $4\,OC^2=|\mathbf{a}|^2+|\mathbf{b}|^2+2\,\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $|\mathbf{a}|, |\mathbf{b}|$ සහ $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් AC^2 ප්‍රකාශ කරන්න.

$OA^2+OB^2=2(OC^2+AC^2)$ බව අපෝහනය කරන්න.

9. A ලක්ෂ්‍යය, $y=mx$ රේඛාව මත ද, B ලක්ෂ්‍යය x-අක්ෂය මත ද, O මූල ලක්ෂ්‍යය ද වන පරිදි OAB ත්‍රිකෝණයක් ගනිමු. A සහ B ශීර්ෂවල පාඨික පිළිවෙළින් a සහ b ලෙස ගනිමු.

(i) AB රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

(ii) OA හි ලම්බ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය ලියන්න.

(iii) OA සහ OB හි ලම්බ සමච්ඡේදකවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන H හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(iv) AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය සහ H යා කරන රේඛාව AB ට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

10. (අ) ABC යනුවෙන් ත්‍රිකෝණයක් ගනිමු. BAC කෝණයේ අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකය සහ BC පාදය D හි දී හමුවේ. එක් එක් ABD සහ ACD ත්‍රිකෝණවලට සයින නීතිය යොදා සුදුසු අංකනයෙන්

$$AD=\frac{ac\sin B}{(b+c)\sin\frac{A}{2}}$$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta=\cot\frac{\theta}{2}$ බව පෙන්වා, $\alpha=\frac{4\pi}{15}$ වන විට

$\operatorname{cosec}\alpha+\operatorname{cosec}2\alpha+\operatorname{cosec}4\alpha+\operatorname{cosec}8\alpha=0$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ඇ) $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයක් නොවන θ සඳහා $\sec\theta-\cos\theta=p$ සහ $\operatorname{cosec}\theta-\sin\theta=q$ ලෙස ගනිමු.

$p^2q^2\left(p^2+q^2+3\right)=1$ බව පෙන්වන්න.

11. (අ) එක්තරා මාසයක දී, ත්‍රෙඩ් ඇන්ඩ් ත්‍රම් ඇඟලුම් කර්මාන්තායතනයේ සේවකයින් අතුරින් 10 දෙනෙකු රු. 4000 බැගින් ද, 35 දෙනෙකු රු. 5000 බැගින් ද, 25 දෙනෙකු රු. 6000 බැගින් ද, 30 දෙනෙකු රු. 7000 බැගින් ද උපයනු ලබයි. මෙම ආදායම් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය සොයන්න.

ඊළඟ මාසයේ සේවකයින් අතුරින් 4 දෙනෙකු අතිකාල සේවයේ යෙදී, රු. 1000 බැගින් වැඩිපුර උපයනු ලැබුවේ නම්, එම මාසයේ ආදායම් ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය කුමක් වේ ද?

(ආ) එක්තරා කර්මාන්තායතනයක වයස් කාණ්ඩය අනුව සේවකයින්ගේ ව්‍යාප්තිය පහත දක්වෙන අයුරු වේ.

වයස් කාණ්ඩය	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55
සේවකයින් සංඛ්‍යාව	70	51	47	31	29	22

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

12. දී තිබෙන නියැදි අවකාශයක, A සහ B සිද්ධි දෙකෙහි අනුපූරක පිළිවෙළින් A' සහ B' වේ.

$$P[(A\cap B')\cup(A'\cap B)] = P(A) + P(B) - 2P(A\cap B)$$

බව පෙන්වන්න.

C සහ D සංරචක දෙකකින් සමන්විත ඉලෙක්ට්‍රොනික උපකරණයක් එහි එක් සංරචකයක් හෝ ක්‍රියා විරහිත වුව හොත් මුළුමනින්ම ක්‍රියාවිරහිත වේ. එක් සංරචකයක් ක්‍රියා විරහිත වීම අනිත් සංරචකයේ ක්‍රියා විරහිත වීමෙන් ස්වායත්ත වේ. C ක්‍රියාවිරහිත වීමේ සම්භාවිතාව 0·10 ද, D ක්‍රියා විරහිත වීමේ සම්භාවිතාව 0·15 ද වේ.

(i) උපකරණය,

(ii) C පමණක්,

(iii) එක් සංරචකයක් පමණක්,

ක්‍රියාවිරහිත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.